ИМЕ И ПРЕЗИМЕ: ____________________________ ПОЕНИ:

БРОЈ ИНДЕКСА: ___________

ИМ, МИ, ИЗ, НГ

ГРУПА А

ПРИМЕРИ ЗАДАТАКА

1. Израчунати први извод функције $f(x) = \ln \dfrac{2x-3}{3x-2}$.

2. Израчунати $\displaystyle\int_{-1}^{1} (x^3 + 2x^2 + x + 1)dx$.

3. Израчунати $\lim\limits_{n\to\infty} (n - \sqrt{n^2 + 7n + 10})$.

4. Израчунати $\displaystyle\int \sin(x) \cdot \cos(2x)dx$.

5. Дата је фунцкија $f(x) = \dfrac{1}{12}x^4 + \dfrac{1}{6}x^3 - x^2 + x + 3$. Одредити интервале на којима је дата функција конвексна, као и интервале на којима је конкавна. Одредити све превојне тачке функције f.

6. Одредити оно решење диференцијалне једначине $y' - \dfrac{1}{x}y = x^7$ које задовољава услов $y(-1) = 0$.

7. Израчунати први извод функције $f(x) = x^{3x+1}$.

8. Израчунати опште решење деференцијалне једначине $y''' - 2y'' - 5y' + 6y = 0$.

9. Израчунати $\displaystyle\int \frac{4x+9}{x^2 - x - 2}dx$.

10. Израчунати $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x - \sin(x)}{5x + \sin(x)}$.

српска латиница

1° Odrediti:

(a) realne vrednosti parametara a i c tako da polinom $p(x) = x^3 + ax^2 - 2x + c$ pri deljenju sa $x + 2$ daje ostatak 4, a deljiv je binomom $x + 1$.

(b) sve korene polinoma $q(x) = x^5 - 5x^4 + 12x^3 - 36x^2 + 27x + 81$ nad poljem kompleksnih brojeva.

2° Zadate su matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ i $C = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$.

Rešiti matričnu jednačinu $X \cdot A \cdot B = C$.

3° Odrediti:

(a) $\sqrt[3]{u}$, ako je $u = 3i$.

(b) kompleksan broj z iz uslova $Re\left(\frac{z}{z_1}\right) = -\frac{3}{5}$ i $Im(\bar{z} \cdot z_1) = 1$, ako je $z_1 = 2 + i$.

4° Odrediti:

(a) rešenje datog sistema linearnih jednačina

$$\begin{aligned} -2x + 2y - 3z &= 19 \\ 4x - y &= -5 \\ 2x - 4y + 5z &= -33 \end{aligned}$$

(b) za koje realne vrednosti parametra a dati sistem linearnih jednačina ima jedinstveno rešenje

$$\begin{aligned} (1 - a)x + ay &= 5 \\ (a + 2)x + ay &= -1 \end{aligned}$$

ZADACI:

1. Na skupu parova celih brojeva $\mathbb{Z}^2 \setminus \{(0,0)\}$ definisana je relacija: $(a,b)\rho(c,d) \Leftrightarrow ad = bc.$

1) Dokazati da je ρ relacija ekvivalencije.

2) Odrediti klasu elementa $(1,2)$.

2. Ispitati algebarsku strukturu $(S,*)$, ako je $S = \{3k|\, k \in \mathbb{Z}\}$ i operacija je definisana na sledeći način

$$a,b \in S: \quad a*b = a+b-6.$$

Odrediti inverzni element za 15 i izračunati vrednost izraza $s = 0*(-9)*21.$

3. Proveriti da li važi zakon distributivnosti $\circ$ prema $*$ na skupu celih brojeva Z, ako je

$$x*y = x+y+2, \quad x\circ y = 2x+2y+xy+2.$$

4. U četvorodimenzionom vektorskom prostoru $\mathbb{R}^4$ dato je preslikavanje

$$\varphi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3; \qquad \varphi(x_1,x_2,x_3,x_4) = (x_1+x_3+x_4, x_2-2x_1, 2x_3+2x_4+x_2).$$

Dokazati da je φ linearni operator. Odrediti jezgro linearnog operatora i njegovu bazu.

5. Neka je $T = \{-10,-9,\ldots,-1,0,1,\ldots,9,10\}$ i neka je u skupu T data relacija na sledeći način

$$x\phi y \Leftrightarrow 2^x < 2^y.$$

Dokazati da je ϕ relacija totalnog poretka. Prikazati Haseov dijagram.

6. Neka je $S = \{x|x \in \mathbb{C}, x^7 = 1\}$ skup korena jedinice. Pokazati da je $(S,*)$ Abelova grupa.

7. Proveriti da li važi zakon distributivnosti $\circ$ prema $*$ na skupu celih brojeva Z, ako je

$$x*y = x+y+2, \quad x\circ y = 2x+2y+xy+2.$$